ریاضی

۱ گزینه ۳

$$x^3 - 3x + 2 > 0 \Rightarrow x^3 - x - (2x - 2) > 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x+1) - 2(x-1) > 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 + x - 2) > 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-1)(x+2) > 0 \Rightarrow (x-1)^2(x+2) > 0$$

x		-۲		۱	
عبارت	−	۰	+	۰	+

$\Rightarrow$ مجموعه جواب : $(-2, +\infty) - \{1\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow b - a = 1 - (-2) = 3$$

۲ گزینه ۱

چون عبارت P به ازای $x = -2$ تعریف نشده است، پس ریشهٔ مخرج -2 است؛ یعنی:

$$\frac{c}{2} = -2 \Rightarrow c = -4$$

عبارت P در $x = -3$ تغییر علامت نداده است، پس:

$$-a = -3 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow a + b + c = 3 + 4 + (-4) = 3$$

بنابراین: $b = 4$

۳

گزینه ۲

با شرط مثبت بودن $x^۲$ طرفین را در $x^۲$ ضرب می‌کنیم و جهت برنمی‌گردد:

$$\xrightarrow{x\neq ۰} x+۱>۲x^۲ \Rightarrow ۲x^۲-x-۱<۰ \Rightarrow (x-۱)(۲x+۱)<۰$$

x		$-\frac{۱}{۲}$		۱	
P	+	۰	−	۰	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (-\frac{۱}{۲},۱)-\{۰\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (-\frac{۱}{۲}\,,۰)\bigcup(۰,۱)$$

$$a+b+c+d=-\frac{۱}{۲}+۰+۰+۱=\frac{۱}{۲}$$

۴

گزینه ۲

باتوجه‌به جدول تعیین علامت داده شده، نتیجه می‌شود که عبارت $P(x)$ دارای ریشهٔ مضاعف b است، پس باید $\Delta=۰$ باشد:

$$b^۲-۴ac=۰ \Rightarrow \overbrace{(m^۲+۲)^۲}^{m^۴+۴m^۲+۴}-\overbrace{۴(m)(۲m)}^{۸m^۲}=۰ \Rightarrow m^۴+۴-۴m^۲=۰ \Rightarrow (m^۲-۲)^۲=۰$$

$$\Rightarrow m^۲=۲ \Rightarrow m=\pm\sqrt{۲}$$

ازآنجایی‌که عبارت $P(x)$ همواره منفی است (به‌جز در ریشه)، بنابراین باید $m<۰$، پس تنها $m=-\sqrt{۲}$ قابل‌قبول است.
به ازای $m=-\sqrt{۲}$ داریم: $P(x)=-\sqrt{۲}x^۲+۴x-۲\sqrt{۲}$ و ریشهٔ مضاعف آن برابر است با:

$$n=-\frac{b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲\sqrt{۲}}=\sqrt{۲} \Rightarrow m+n=-\sqrt{۲}+\sqrt{۲}=۰$$

۵

گزینه ۲

تابع f در بازهٔ $(-\infty\,,\,۴)$ مثبت و در بازهٔ $(۴\,,\,+\infty)$ منفی است. جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

توجه کنید که عبارت $۲x^۲+۱$ همواره مثبت است و تأثیری در تعیین علامت ندارد. باتوجه‌به جدول تعیین علامت، عبارت در بازهٔ $(۰\,,\,۳)$ مثبت است که از مقایسهٔ آن با بازهٔ $(۰\,,a)$ در صورت سؤال مقدار $a=۳$ به دست می‌آید.

x		−۲		۰		۳		۴	
f(x)	+		+		+		+	۰	−
x	−		−	۰	+		+		+
|x+۲|	+	۰	+		+		+		+
۳−x	+		+		+	۰	−		−
A	−	ت.ن	−	۰	+	ت.ن	−	۰	+

۶

گزینه ۱

باتوجه‌به اینکه ریشه‌های معادلهٔ $f(x)=0$ برابر با $x=-1$ و $x=3$ هستند و ضریب x^2 در عبارت درجه دوم f منفی است، f را تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$$

$f(x)=-x^2+bx+c \xrightarrow{\text{تعیین علامت } f}$ بین دو ریشه، مخالف علامت ضریب x^2 است

$x^2-x+1=0 \xrightarrow[\text{ضریب } x^2>0]{\Delta=(-1)^2-4<0}$ عبارت همواره مثبت

$$-x^2+4x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

x		-۱		۱		۳	
f(x)	-	۰	+		+	۰	-
x^2-x+1	+		+		+		+
$-x^2+4x-3$	-		-	۰	+	۰	-
A	+	۰	-	ت.ن	+	ت.ن	+

A در بازهٔ $(-1,1)$ منفی است، پس فقط به ازای عدد صحیح $x=0$ منفی است.

۷

گزینه ۲

اگر x_0 ریشهٔ معادلهٔ $p(x)=0$ باشد، داریم:

$$ax_0^2+bx_0+c=0 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } x_0^2}$$
$$a+b(\frac{1}{x_0})+c(\frac{1}{x_0})^2=0 \Rightarrow c(\frac{1}{x_0})^2+b(\frac{1}{x_0})+a=0 \qquad (1)$$

رابطهٔ درجه دوم $q(x)=cx^2+bx+a$ را در نظر بگیرید. طبق رابطهٔ (۱) ریشهٔ معادلهٔ $q(x)=0$ برابر با $\frac{1}{x_0}$ است، پس نتیجه می‌گیریم ریشه‌های معادله‌های $p(x)=0$ و $q(x)=0$ عکس یکدیگر هستند. طبق جدول‌های تعیین علامت داده‌شده، می‌توان نتیجه گرفت ریشه‌های $p(x)=0$ برابر با $x=\frac{1}{3}$ و $x=m$ و ریشه‌های $q(x)=0$ برابر با $x=2$ و $x=n$ است که ریشه‌های دو عبارت دوبه‌دو باید عکس هم باشند، یعنی:

$$m=\frac{1}{2}\ ,\ n=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3 \Rightarrow m\times n=\frac{3}{2}$$

۸ گزینه ۳

اگر عبارت درجهٔ دوم $p = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد، آنگاه:

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

برای عبارت درجهٔ دوم $p(x) = 3mx^2 - 2x + 1$ داریم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4 \times (3m)(1) < 0 \Rightarrow 4 - 12m < 0$$

$$\Rightarrow -12m < -4 \Rightarrow m > \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$a > 0 \Rightarrow 3m > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m > \frac{1}{3}$$

۹ گزینه ۴

نکته: جدول تعیین علامت عبارت $ax^2 + bx + c$ که دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز x_1 و x_2 $(x_1 < x_2)$ می‌باشد، به‌صورت زیر است:

x		x_1		x_2	
ax^2+bx+c	موافق علامت a	0	مخالف علامت a	0	موافق علامت a

ابتدا باتوجه‌به جدول داده‌شده، علامت چندجمله‌ای درجهٔ دوم $-P(x)$ را به دست می‌آوریم:

x		a		b	
P(x)	+	0	−	0	+
−P(x)	−	0	+	0	−

باتوجه‌به جدول، نمودار $-P(x)$ در نقاط $x = a$ و $x = b$ محور xها را قطع می‌کند و فقط در بازهٔ (a, b) دارای علامت مثبت است؛ بنابراین پاسخ گزینهٔ ۴ است.

۱۰ گزینه ۲

معادلهٔ $(x-2)(x^2+6x+a) = 0$ یک ریشهٔ مضاعف دارد، به‌طوری‌که مقدار آن از مقدار ریشهٔ ساده، کمتر است.

$$(1) \quad x = 2 \Rightarrow x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow 4 + 12 + a = 0 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow y = (x-2)^2(x+8)$$ غقق

$$(2) \quad x^2 + 6x + a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} a = 9 \Rightarrow y = (x-2)(x+3)^2$$ قق

۱۱ گزینه ۲

$$x^{۳} > ۰ \Rightarrow x > ۰ \quad (*)$$

$$\frac{x^{۳} - ۲x^{۲} + x}{x^{۲}} = \frac{x^{۳}}{x^{۲}} - \frac{۲x^{۲}}{x^{۲}} + \frac{x}{x^{۲}} = x - ۲ + \frac{۱}{x} \quad (**)$$

نکته:

$$\begin{cases} x + \frac{۱}{x} \geq ۲ & ; x > ۰ \\ x + \frac{۱}{x} \leq -۲ & ; x < ۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} x + \frac{۱}{x} \geq ۲$$

$$\xrightarrow{(**)} x + \frac{۱}{x} - ۲ \geq ۲ - ۲ \Rightarrow x + \frac{۱}{x} - ۲ \geq ۰$$

۱۲ گزینه ۱

نکته: اگر عبارت درجه دوم $y = ax^{۲} + bx + c$ دارای دو ریشهٔ متمایز باشد، جدول تعیین علامت آن به‌صورت زیر است:

x		$x_۱$		$x_۲$	
y	موافق علامت a		مخالف علامت a		موافق علامت a

باتوجه‌به اینکه مجموعه جواب نامعادلهٔ $۳x^{۲} - ax + ۴ < ۰$ به‌صورت $(۱, b)$ است، از نکتهٔ بالا نتیجه می‌گیریم که ریشه‌های معادلهٔ $۳x^{۲} - ax + ۴ = ۰$ عبارت‌اند از: $x = ۱$ و $x = b$؛ حال با جایگذاری $x = ۱$ در معادله داریم:

$$۳ - a + ۴ = ۰ \Rightarrow a = ۷$$

اکنون با جایگذاری مقدار $a = ۷$، معادله به‌صورت $۳x^{۲} - ۷x + ۴ = ۰$ درمی‌آید که ریشهٔ دیگر آن برابر است با: $\frac{۴}{۳}$
پس: $b = \frac{۴}{۳}$
بنابراین:

$$a - b = ۷ - \frac{۴}{۳} = \frac{۱۷}{۳}$$

۱۳ گزینه ۱

نکته: ریشه‌های هر معادله در آن صدق می‌کنند.

نکته: اگر یک چندجمله‌ای در α تغییر علامت دهد، α ریشهٔ آن است.

باتوجه‌به جدول، چندجمله‌ای $-2x^2+ax+b$ در $x=\frac{1}{2}$ و $x=3$ تغییر علامت داده است، پس این دو مقدار ریشه‌های آن هستند؛ بنابراین در آن صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} x=3: -18+3a+b=0 \Rightarrow 3a+b=18 \\ x=\frac{1}{2}: -\frac{1}{2}+\frac{a}{2}+b=0 \Rightarrow \frac{a}{2}+b=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow b-a=-10$$

۱۴ گزینه ۴

$$y=ax-b \xrightarrow[(-1,0)]{(0,3)} \begin{cases} 3=0-b \\ 0=-a-b \end{cases} \Rightarrow b=-3\,,\ a=3$$

$$\Rightarrow P(x)=\frac{(3x-3)(2x+3)}{(-x+2)}$$

$$3x-3=0 \Rightarrow x=1$$

$$2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

$$-x+2=0 \Rightarrow x=2$$

پس $P(x)$ در بازه‌های $(-\infty,-\frac{3}{2})$ و $(1,2)$ قطعاً مثبت است. مشخص است که $P(x)$ تنها در بازهٔ گزینهٔ "۴" مثبت است.

x		$-\frac{3}{2}$		1		2	
$3x-3$	−		−	0	+		+
$2x+3$	−	0	+		+		+
$-x+2$	+		+		+	0	−
$P(x)$	+	0	−	0	+	ت ن	−

۱۵ گزینهٔ ۳

عبارت $(x^۲+ax+b)(x-۴)$ می‌تواند حداکثر سه ریشه داشته باشد که حتماً یکی از آن‌ها $x=۴$ است. ازآنجایی‌که جواب نامعادله بازهٔ $[-۲,+\infty)$ است، می‌فهمیم که $x=-۲$ ریشهٔ عبارت $x^۲+ax+b$ است. از طرفی چون $x=۴$ در بازهٔ جواب نامعادله قرار دارد، پس حتماً $x=۴$ ریشهٔ مضاعف کل عبارت است؛ یعنی $x=۴$ ریشهٔ عبارت $x^۲+ax+b$ نیز است، پس عبارت $x^۲+ax+b$ درواقع به‌صورت $(x+۲)(x-۴)$ است:

$$(x+۲)(x-۴)=x^۲-۲x-۸\Rightarrow\begin{cases}a=-۲\\b=-۸\end{cases}\Rightarrow a-b=-۲+۸=۶$$

به تعیین علامت این عبارت توجه کنید:

$$(x+۲)(x-۴)(x-۴)=(x+۲)(x-۴)^۲$$

x		-۲		۴	
$x+۲$	$-$	0	$+$		$+$
$(x-۴)^۲$	$+$		$+$	0	$+$
$(x+۲)(x-۴)^۲$	$-$	0	$+$	0	$+$

۱۶ گزینهٔ ۴

$-\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۵}$ باید ریشه‌های چندجمله‌ای‌های درجهٔ اول $(ax+b)$ و $(cx+d)$ باشند، درنتیجه می‌توان گفت:

$$\begin{cases}-\frac{۱}{۲}a+b=0\\\frac{۳}{۵}c+d=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-\frac{b}{a}=-\frac{۱}{۲}\\-\frac{d}{c}=\frac{۳}{۵}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a}{b}=۲\\\dfrac{d}{c}=-\dfrac{۳}{۵}\end{cases}\Rightarrow\frac{ad}{bc}=-\frac{۶}{۵}$$

توجه کنید درصورتی‌که $-\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۵}$ را به ترتیب ریشه‌های چندجمله‌ای‌های $(cx+d)$ و $(ax+b)$ در نظر بگیریم به جواب $\frac{ad}{bc}=-\frac{۵}{۶}$ می‌رسیم که در گزینه‌ها نیست.

۱۷ گزینه ۱

نکته: در عبارت درجه دوم $P(x) = x^۲ + bx + c$ اگر $\Delta > ۰$، عبارت دو ریشهٔ حقیقی متمایز دارد و جدول تعیین علامت آن به‌صورت زیر است:

x		$x_۱$		$x_۲$	
P(x)	+	۰	−	۰	+

صورت سؤال بیانگر آن است که ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ + ax + b = ۰$، مقادیر $x = ۲$ و $x = ۳$ هستند.

راه‌حل اول:

نکته: ریشه‌های هر معادله در آن صدق می‌کند.

باتوجه‌به نکتهٔ بالا داریم:

$$\begin{cases} x = ۲ \Rightarrow ۴ + ۲a + b = ۰ \Rightarrow ۲a + b = -۴ \\ x = ۳ \Rightarrow ۹ + ۳a + b = ۰ \Rightarrow ۳a + b = -۹ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۵ \\ b = ۶ \end{cases} \Rightarrow a + b = ۱$$

راه‌حل دوم:

چون $x = ۲$ و $x = ۳$ ریشه‌های معادله هستند، پس معادله به‌صورت $(x - ۲)(x - ۳) = x^۲ - ۵x + ۶ = ۰$ است. از مقایسهٔ این معادله با معادلهٔ $x^۲ + ax + b = ۰$ نتیجه می‌گیریم $a = -۵$ و $b = ۶$؛ پس: $a + b = ۱$

۱۸ گزینه ۴

کافی است $x = ۱$ ریشهٔ صورت و $x = \frac{۵}{۲}$ ریشهٔ مخرج باشد؛ زیرا عبارت به ازای $x = ۱$ صفر و به ازای $x = \frac{۵}{۲}$ تعریف نشده است.

$$\xrightarrow{x = \frac{۵}{۲}} a - ۲x = ۰ \Rightarrow a - ۲ \times \frac{۵}{۲} = ۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$\xrightarrow{x = ۱} ۵x + b = ۰ \Rightarrow ۵ + b = ۰ \Rightarrow b = -۵$$

بنابراین $A = \frac{۵x - ۵}{۵ - ۲x}$ و جدول تعیین علامت آن به شکل زیر است:

پس a و b به‌دست‌آمده قابل‌قبول است، بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

x		۱		$\frac{۵}{۲}$	
A	−	۰	+	تعریف نشده	−

۱۹ گزینه ۳

نکته: یک عبارت گویا به ازای مقادیری از متغیر که مخرج را صفر می‌کند، تعریف نشده است.
نکته: در معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ اگر $\Delta < ۰$، معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.
ازآنجایی‌که عبارت در کل مجموعهٔ اعداد حقیقی تعریف شده است، پس مخرج کسر نباید ریشهٔ حقیقی داشته باشد؛ بنابراین باید در معادلهٔ $ax^۲ + ۳x + ۹ = ۰$ داشته باشیم:

$$\Delta < ۰ \Rightarrow ۹ - ۴(a)(۹) < ۰ \Rightarrow ۹ - ۳۶a < ۰ \Rightarrow ۳۶a > ۹ \Rightarrow a > \frac{۱}{۴}$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۲۰ گزینه ۴

$$P(x) = \frac{x(x^۲ - ۱۲x + ۳۶)}{x^۲ + x - ۲} = \frac{x(x-۶)^۲}{(x+۲)(x-۱)}$$

$x = ۰$، $x = ۶$، $x = ۱$ و $x = -۲$ ریشه‌های صورت و مخرج هستند.

x	$-\infty$		-۲		۰		۱		۶		$+\infty$
x		−		−	۰	+		+		+	
$(x-۶)^۲$		+		+		+		+	۰	+	
$(x+۲)(x-۱)$		+	۰	−		−	۰	+		+	
P(x)		−	ت.ن	+	۰	−	ت.ن	+	۰	+	

طبق خواسته‌ی سؤال $(a, b) = (-۲, ۰)$ است؛ پس:

$$a = -۲ \,,\, b = ۰ \Rightarrow a + b = -۲$$

۲۱ گزینه ۱

ازآنجایی‌که ریشهٔ مخرج در جدول تعریف‌نشده است، پس ریشهٔ مخرج ۵ است.

$$۳x - c = ۰ \Rightarrow ۳x = c \Rightarrow ۳ \times (۵) = c \Rightarrow c = ۱۵$$

از طرفی $x^۲ - a^۲$ دارای دو ریشهٔ قرینه است، پس:

$$x^۲ - a^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ = a^۲ \Rightarrow x = \pm a$$

درنتیجه باتوجه‌به جدول و دو ریشهٔ قرینه، $a = \pm ۳$ است و ریشهٔ باقی‌مانده در صورت کسر $x = -۲$ است، پس:

$$x + b = ۰ \Rightarrow x = -b = -۲ \Rightarrow b = ۲$$

$$\Rightarrow a^۲b - c = (۹) \times (۲) - ۱۵ = ۱۸ - ۱۵ = ۳$$

۲۲ گزینه ۳

$$P(x)=\frac{(x-۲)^{۳}(x+۲)^{۲}}{|x+۲|}<۰$$

عبارت‌های $(x+۲)^{۲}$ و $|x+۲|$ همواره نامنفی‌اند و علامت عبارت را تغییر نمی‌دهند، دقت کنید که کسر به ازای $x=-۲$ قابل‌تعریف نیست؛ بنابراین:

$$(x-۲)^{۳}<۰\Rightarrow x-۲<۰\Rightarrow x<۲$$

عبارت P به ازای xهای متعلق به مجموعهٔ $(-\infty,۲)-\{-۲\}$ همواره منفی است.

۲۳ گزینه ۴

هریک از عبارت‌های موجود در صورت و مخرج را تعیین علامت می‌کنیم و نتایج را در یک جدول می‌نویسیم.

$$\begin{cases} x=۰ \\ (x+۲)^{۲}=۰\Rightarrow x=-۲ \\ x^{۲}-x-۲=۰\Rightarrow (x+۱)(x-۲)=۰\Rightarrow x=-۱ \text{ یا } x=۲ \end{cases}$$

x		−۲		−۱		۰		۲	
x	−		−		−		+		+
$(x+۲)^{۲}$	+		+		+		+		+
$x^{۲}-x-۲$	+		+		−		−		+
P(x)	−		−		+		−		+
				تعریف نشده				تعریف نشده	

بنابراین مجموعه جواب برابر است با: $(۲,+\infty)\bigcup(-۱,۰)$

پس تنها گزینهٔ قابل‌قبول گزینهٔ "۴" است.

۲۴ گزینه ۲

باتوجه‌به جدول تعیین علامت می‌توان فهمید $P(x)$ دارای ریشهٔ مضاعف $x=۲$ است، پس باید داشته باشیم:

$$۳x^{۲}+mx+n=۳(x-۲)^{۲}\Rightarrow ۳x^{۲}+mx+n=۳(x^{۲}-۴x+۴)$$

$$\Rightarrow ۳x^{۲}+mx+n=۳x^{۲}-۱۲x+۱۲\Rightarrow m=-۱۲\ ,\ n=۱۲$$

$$\Rightarrow mx^{۲}+(m+n)x-n=-۱۲x^{۲}-۱۲$$

حال توجه کنید که Δ در عبارت درجه دوم $-۱۲x^{۲}-۱۲$ برابر با ۵۷۶- است که مقداری منفی است، بنابراین این عبارت ریشه ندارد و علامت آن باتوجه‌به ضریب $x^{۲}$، همواره منفی است.

۲۵ گزینه ۱

باتوجه‌به جدول مشخص است که:

۱) $(a-۱)$ ریشهٔ عبارت است و بعد از $x=۱$ رخ داده است، پس باید $a-۱>۱$ باشد:

$$a-۱>۱\Rightarrow a>۲ \quad (I)$$

۲) ضریب $x^۲$ باید مثبت باشد، چون بین دو ریشه که مخالف علامت ضریب $x^۲$ است منفی شده است و چون باتوجه‌به عبارت A ضریب $x^۲$ برابر با $(۴-a)$ است، خواهیم داشت:

$$۴-a>۰\Rightarrow a<۴ \quad (II) \quad \Rightarrow I\bigcap II\Rightarrow ۲<a<۴\xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} a=۳$$

پس $a=۳$ است و عبارت به‌صورت $A=(x-۱)(x+b)$ خواهد شد که دارای ۲ ریشهٔ $x=۱$ و $x=a-۱$ یعنی $x=۱$ و $x=۲$ است، یعنی $b=-۲$.

$$\Rightarrow a+b=۳-۲=۱$$

۲۶ گزینه ۲

برای آنکه یک عبارت درجه ۲ همواره مثبت باشد، باید $\Delta<۰$ و $a>۰$ باشد.
برای آنکه یک عبارت درجه ۲ همواره منفی باشد، باید $\Delta<۰$ و $a<۰$ باشد.

$$A>۰\Rightarrow\begin{cases}k>۰\\ ۴^۲-۴\times۳\times k<۰\Rightarrow ۴(۴-۳k)<۰\Rightarrow ۳k>۴\Rightarrow k>\frac{۴}{۳}\end{cases}\xrightarrow{\bigcap} k>\frac{۴}{۳} \quad (۱)$$

$$B<۰\Rightarrow\begin{cases}-۳<۰\\ (-k)^۲-۴(-۳)(-k)<۰\Rightarrow k^۲-۱۲k<۰\Rightarrow k(k-۱۲)<۰\Rightarrow ۰<k<۱۲\end{cases} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\bigcap(۲)}\frac{۴}{۳}<k<۱۲$$

۲۷ گزینه ۲

$$h>۱۰\Rightarrow -t^۲+۳t+۱۰>۱۰\Rightarrow -t^۲+۳t>۰\Rightarrow t(-t+۳)>۰$$

t		۰		۳	
t(−t+۳)	−	ت ن	+		−

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب}=(۰,۳)=(a,b)\Rightarrow b-a=۳$$

۲۸ گزینه ۳

چون عبارت همواره منفی است، پس باید ضریب $x^۲$ منفی و Δ نیز منفی باشند.

$$\begin{cases} a < ۰ \\ \Delta < ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴(a)(-b) < ۰ \Rightarrow b^۲ + ۴ab < ۰ \Rightarrow b(b + ۴a) < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow b(b+۴a) \text{ ریشه‌های } \begin{cases} b = ۰ \\ b = -۴a \xrightarrow{a<۰} -۴a > ۰ \end{cases}$$

b		۰		−۴a	
b^۲ + ۴ab	+	۰	−	۰	+

بنابراین: $۰ < b < -۴a$

۲۹ گزینه ۳

برای اینکه عبارت درجهٔ دو همواره نامنفی شود $((k-۲)x^۲ + ۴x + k + ۱ \geq ۰)$ باید $\begin{cases} a > ۰ \\ \Delta \leq ۰ \end{cases}$ باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} k - ۲ > ۰ \\ \Delta = (۴)^۲ - ۴(k-۲)(k+۱) \leq ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > ۲ \\ ۴ - (k-۲)(k+۱) \leq ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > ۲ \\ -k^۲ + k + ۶ \leq ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k > ۲ \\ -(k-۳)(k+۲) \leq ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > ۲ \\ k \geq ۳ \text{ یا } k \leq -۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} k \geq ۳$$

۳۰ گزینه ۴

برای آنکه عبارت درجهٔ دوم موردنظر همواره منفی باشد، باید $\Delta < ۰$ و $a < ۰$ باشند.

$$m + ۲ < ۰ \Rightarrow m < -۲ \quad (۱)$$
$$\Delta < ۰ \Rightarrow ۴^۲ - ۴ \times (m+۲)(-۳m+۱) < ۰ \Rightarrow ۴(۴ + (m+۲)(۳m-۱)) < ۰$$

$$\Rightarrow ۳m^۲ + ۶m - m - ۲ + ۴ < ۰ \Rightarrow ۳m^۲ + ۵m + ۲ < ۰$$

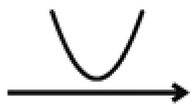
$$\Rightarrow (۳m+۲)(m+۱) < ۰ \Rightarrow -۱ < m < -\frac{۲}{۳} \qquad (۲)$$

اشتراک (۱) و (۲)، تهی می‌شود و عبارت داده‌شده نمی‌تواند همواره منفی باشد.

۳۱

گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه ضریب $x^۲$ مثبت است، شکل تابع باید به‌صورت زیر باشد و یا به عبارتی برای اینکه عبارت درجه دوم $ax^۲+bx+c$ همواره مقداری مثبت داشته باشد باید $\Delta<۰$ و $a>۰$ باشد. در این عبارت $a=۱$ که مثبت است و برای Δ داریم:



$$\Delta=۹-۴k<۰\Rightarrow ۹<۴k\Rightarrow k>\frac{۹}{۴}$$

۳۲

گزینه ۴

مقدار چندجمله‌ای A به ازای $x=-۲$ و $x=۱$ صفر شده است، پس این عبارت عامل‌های $(x+۲)$ و $(x-۱)$ دارد. از طرفی چون A در اطراف $x=-۲$ تغییر علامت نداده است و عبارت A از درجهٔ ۳ است، پس توان عامل $(x+۲)$ برابر با ۲ است.
عبارت A را به‌صورت زیر می‌توان نوشت که در آن k عدد ثابت است:

$$A=k(x+۲)^۲(x-۱)=k(x^۳-x^۲+۴x^۲-۴x+۴x-۴)$$

$$\Rightarrow A=k(x^۳+۳x^۲-۴)\xrightarrow{k=۲}A=۲x^۳+۶x^۲-۸\Rightarrow\begin{cases}a=-۶\\b=-۸\end{cases}\Rightarrow a+b=-۱۴$$

۳۳

گزینه ۲

شرط اینکه چندجمله‌ای درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c$ به ازای جمیع مقادیر x مثبت باشد آن است که:

$$\begin{cases}\Delta<۰\\a>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b^۲-۴ac<۰\\a>۰\end{cases}$$
$$\xrightarrow[b=m-۱]{a=m-۱\,,\,c=۱}\begin{cases}(m-۱)^۲-۴(m-۱)(۱)<۰\\m-۱>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(m-۱)(m-۱-۴)<۰\\m-۱>۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}(m-۱)(m-۵)<۰\\m-۱>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m-۵<۰\\m-۱>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m<۵\\m>۱\end{cases}\Rightarrow ۱<m<۵$$

به ازای $m=۱$، چندجمله‌ای به‌صورت عدد ثابت ۱ درمی‌آید که مثبت است؛ پس مجموعه مقادیر m به‌صورت $\{m|۱\leq m<۵\}$ است.

۳۴ گزینه ۱

نکته: جدول تعیین علامت عبارت درجه اول $y = ax + b$ به‌صورت زیر است:

x		$-\frac{b}{a}$	
$y = ax + b$	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

باتوجه‌به جدول داده‌شده، دو مطلب را می‌توان فهمید:

۱) $x = ۲$ ریشهٔ این عبارت است، پس: $۰ = ۲a + b \Rightarrow b = -۲a$

۲) علامت a منفی است.

برای تعیین علامت $y = bx - a$، ابتدا به‌جای b مقدار $-۲a$ را قرار می‌دهیم:

$$y = -۲ax - a = -a(۲x + ۱) \quad : \; y = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$$

چون a منفی است، پس جدول تعیین علامت به‌صورت زیر است:

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است.

x		$-\frac{۱}{۲}$	
$-a(۲x+۱)$	$-$	۰	$+$

حسابان

۳۵ گزینه ۲

عبارت درجه دو $y = ax^۲ + bx + c$ در صورتی به ازای هر مقدار دلخواه x مثبت است که دو شرط $a > ۰$ و $\Delta < ۰$ همزمان برقرار باشد. مجموعه جواب این دو شرط را به دست آورده و بین آن ها اشتراک می گیریم:

$$۱) \;\; a > ۰ \Rightarrow m - ۱ > ۰ \Rightarrow m > ۱ \quad (I)$$

$$f(x) = (m - ۱)x^۲ + ۶x + ۲m + ۱$$

$$۲) \;\; \Delta < ۰ \Rightarrow ۶^۲ - ۴(m - ۱)(۲m + ۱) < ۰$$

$$\Rightarrow ۳۶ - ۴(m - ۱)(۲m + ۱) < ۰ \;\xrightarrow{\div ۴}\; ۹ - (m - ۱)(۲m + ۱) < ۰$$

$$\Rightarrow ۹ - ۲m^۲ + m + ۱ < ۰ \Rightarrow -۲m^۲ + m + ۱۰ < ۰$$

$$\Rightarrow ۲m^۲ - m - ۱۰ > ۰ \Rightarrow (۲m - ۵)(m + ۲) > ۰$$

$$\Rightarrow m > \frac{۵}{۲} \text{ یا } m < -۲ \quad (II)$$

بین دو مجموعه جواب (I) و (II) اشتراک می گیریم:

$$(I) \bigcap (II) : m > \frac{۵}{۲} \Rightarrow m > ۲/۵$$

۳۶ گزینه ۲

$$\frac{-۲\left(x^{۴}-۱\right)-۱}{۱-x^{۲}} \geq \frac{\left(x^{۲}\right)\left(۱-x^{۲}\right)-۱}{۱-x^{۲}} \Rightarrow \frac{-۲\left(x^{۴}-۱\right)}{۱-x^{۲}}-\frac{۱}{۱-x^{۲}} \geq \frac{\left(x^{۲}\right)\left(۱-x^{۲}\right)}{۱-x^{۲}}-\frac{۱}{۱-x^{۲}}$$

$$\xrightarrow{x\neq\pm۱} \frac{-۲\left(x^{۴}-۱\right)}{۱-x^{۲}} \geq x^{۲} \Rightarrow \frac{۲\left(۱-x^{۲}\right)\left(۱+x^{۲}\right)}{۱-x^{۲}} \geq x^{۲} \Rightarrow ۲+۲x^{۲} \geq x^{۲}$$

$x^{۲}+۲ \geq ۰ \Rightarrow$ همواره برقرار است

از طرفی $x \neq \pm ۱$ است. پس مجموعهٔ جواب به‌صورت $\mathbb{R}-\{\pm ۱\}$ می‌باشد؛ بنابراین مجموعهٔ جواب نامعادله، شامل دو عدد صحیح ۱ و -۱ نیست.

۳۷ گزینه ۳

مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم:

$$۶x^{۲}-۷x-۵=(۳x-۵)(۲x+۱)$$
$$۳x-۵=۰ \Rightarrow x=\frac{۵}{۳}$$
$$۲x+۱=۰ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}$$

تعیین علامت می‌کنیم:

x		$-\frac{۱}{۲}$		$\frac{۵}{۳}$	
$۳x-۵$	$-$		$-$	۰	$+$
$(۳x-۵)(۲x+۱)$	$+$	۰	$-$	۰	$+$
$\frac{۳x-۵}{۶x^{۲}-۷x-۵}$	$-$	ت.ن	$+$	ت.ن	$+$

مجموعه جواب نامعادله $\left(-\infty\,,\,-\frac{۱}{۲}\right)$ است.

۳۸ گزینه ۲

نکته: اگر معادلهٔ $ax^۲ + bx + c = ۰$ دارای $\Delta < ۰$ باشد (دارای ریشهٔ حقیقی نباشد)، آنگاه این عبارت در کل اعداد حقیقی، هم علامت a است. با تعیین ریشه‌های معادله، عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

$x^۲ + ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ = -۴ \Rightarrow$ ریشهٔ حقیقی ندارد

$|x| + ۲ = ۰ \Rightarrow |x| = -۲ \Rightarrow$ ریشهٔ حقیقی ندارد

$x^۲ - x + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۱ - ۴ = -۳ < ۰ \Rightarrow$ ریشهٔ حقیقی ندارد

$x^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۴ \Rightarrow x = \pm ۲$

x		-۲		۲	
$x^۲+۴$	+		+		+
$\|x\|+۲$	+		+		+
$x^۲-x+۱$	+		+		+
$x^۲-۴$	+	۰	−	۰	+
عبارت	+	تعریف نشده	−	تعریف نشده	+

$\Rightarrow$ مجموعه جواب : $(-۲, ۲)$

۳۹ گزینه ۳

$$\frac{x^۳ - x^۲}{۳(x^۳ - ۱)} > ۱ \Rightarrow \frac{x^۲(x-۱)}{۳(x-۱)(x^۲+x+۱)} > ۱ \xrightarrow{x \neq ۱}$$

$$\frac{x^۲}{۳(x^۲+x+۱)} > ۱ \xrightarrow[\text{چون } a>۰ \text{ و } \Delta<۰]{x^۲+x+۱>۰}$$

طرفین نامعادله را بدون تغییر جهت نامعادله در عبارت مثبت $۳(x^۲ + x + ۱)$ ضرب می‌کنیم:

$$۳x^۲ + ۳x + ۳ < x^۲ \Rightarrow ۲x^۲ + ۳x + ۳ < ۰$$

چون در عبارت درجه دوم $۲x^۲ + ۳x + ۳$، دلتا منفی و ضریب $x^۲$ مثبت است، پس این عبارت همواره مثبت است و نامعادله جواب ندارد.

۴۰ گزینه ۲

مخرج کسرها عبارت‌های همواره مثبتی هستند، زیرا در آن‌ها $\Delta < ۰$ و ضریب $x^۲$ مثبت است. درنتیجه می‌توانیم طرفین وسطین انجام دهیم:

$$۲x^۲ + x + ۱ > x^۲ + ۱ \Rightarrow x^۲ + x > ۰$$
$$x^۲ + x = ۰ \Rightarrow x = ۰,\ x = -۱$$

x		-۱		۰	
$x^۲ + x$	+	0	−	0	+

$x < -۱$ یا $x > ۰$

مجموعه جواب : $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x < -۱$ یا $x > ۰\} = \mathbb{R} - [-۱, ۰]$

$$\Rightarrow (b - a) = ۰ - (-۱) = ۱$$

۴۱ گزینه ۲

$$p(x) = \frac{(x+۲)^۲(x^۲ - ۳x + ۲)}{(-x^۲ + x)^۳} \geq ۰$$

$$x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲$$

$$x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

$$-x^۲ + x = ۰ \Rightarrow x(-x+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۱ \end{cases}$$

x		-۲		۰		۱		۲	
$(x+۲)^۲$	+	۰	+		+		+		+
$x^۲ - ۳x + ۲$	+		+		+	۰	−	۰	+
$(-x^۲ + x)^۳$	−		−	۰	+	۰	−		−
$p(x)$	−	۰	−	ت.ن	+	ت.ن	+	۰	−

مجموعه جواب : $(۰, ۱) \bigcup (۱, ۲] \bigcup \{-۲\}$

۴۲

گزینه ۳

چون $-x^۲ - x - ۱$ همواره منفی است ($a < ۰$ و $\Delta < ۰$) پس می‌توانیم نامعادله را طرفین وسطین کنیم و جهت نامعادله را تغییر دهیم:

$$ax^۲ - \frac{۱}{۲}ax - ۳ \geq -۳x^۲ - ۳x - ۳$$

$$\Rightarrow (a+۳)x^۲ + (۳ - \frac{۱}{۲}a)x \geq ۰ \quad (۱)$$

برای آنکه نامعادلهٔ (۱) همواره برقرار باشد، باید $\Delta \leq ۰$ و ضریب $x^۲$ مثبت باشد.

$$\Delta \leq ۰ \Rightarrow (۳ - \frac{۱}{۲}a)^۲ - ۴(a+۳)(۰) \leq ۰$$

$$\Rightarrow (۳ - \frac{۱}{۲}a)^۲ \leq ۰ \xrightarrow{\text{حالت تساوی}} ۳ - \frac{۱}{۲}a = ۰ \Rightarrow a = ۶ \quad (۲)$$

$$(\text{ضریب } x^۲) > ۰ \Rightarrow a + ۳ > ۰ \Rightarrow a > -۳ \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۲) و (۳)}} a = ۶$$

۴۳

گزینه ۴

$$\frac{۱}{۲}x^۲ - x + ۳ \leq \frac{۹}{۲} \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۶ \leq ۹ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ \leq ۰$$

$$\Rightarrow (x-۳)(x+۱) \leq ۰ \Rightarrow -۱ \leq x \leq ۳ \Rightarrow \max(b-a) = ۴$$

۴۴

گزینه ۱

جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

پس بازهٔ $[-۳, ۰)$ جواب نامعادله است.

		۳-		۰		۲		۳	
$x^۲-۹$	+	۰	−		−		−	۰	+
f(x)	+		+	۰	−	۰	−	۰	+
کل عبارت	+	۰	−	ت ن	+	ت ن	+	ت ن	+

۴۵ **گزینه ۳**

برای اینکه نمودار تابع درجهٔ دوم $a'x^۲+b'x+c'$ بالای محور xها باشد باید دو شرط $a'>۰$ و $\Delta<۰$ برقرار باشد؛ لذا:

$$a-۱>۰ \Rightarrow a>۱ \quad (۱)$$

$$\Delta=(۲\sqrt{۲})^۲-۴a(a-۱)<۰ \Rightarrow ۸-۴a^۲+۴a<۰ \Rightarrow a^۲-a-۲>۰$$

$$\Rightarrow (a-۲)(a+۱)>۰ \Rightarrow a>۲ \text{ یا } a<-۱ \quad (۲)$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم: $a>۲$

۴۶ **گزینه ۲**

ازآنجاکه می‌خواهیم عبارت کسری به ازای جمیع مقادیر x منفی باشد، باید علامت صورت و مخرج کسر مخالف هم باشند. در عبارت درجهٔ دوم $-x^۲-x-۲$، $\Delta<۰$ و $(\text{ضریب } x^۲)<۰$ است، پس این عبارت همواره منفی است؛ بنابراین باید صورت کسر همواره مثبت باشد.

$$(m-۱)x^۲+۶x+۲m+۱=۰$$

$$a=m-۱ \;,\; b=۶ \;,\; c=۲m+۱$$

$$\Delta=b^۲-۴ac=۳۶-۴(m-۱)(۲m+۱)=۳۶-۴(۲m^۲-m-۱)=-۸m^۲+۴m+۴۰$$

$$\begin{cases}\Delta<۰\\ a>۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-۸m^۲+۴m+۴۰<۰\\ m-۱>۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-۲m^۲+m+۱۰<۰\\ m>۱ \quad (۱)\end{cases}$$

$$\Rightarrow -۲m^۲+m+۱۰=۰ \;,\; \Delta'=۱^۲-۴(-۲)(۱۰)=۸۱$$

$$m=\frac{-۱\pm\sqrt{۸۱}}{-۴}=\frac{-۱\pm۹}{-۴} \Rightarrow m=-۲ \;,\; m=\frac{۵}{۲}$$

m		-۲		$\frac{۵}{۲}$	
Δ	$-$	۰	$+$	۰	$-$

$$\Delta<۰ \Rightarrow \begin{cases}m<-۲\\ \text{یا}\\ m>\frac{۵}{۲}\end{cases} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} m>\frac{۵}{۲} \Rightarrow m>۲/۵$$

۴۷ گزینه ۱

$$\frac{x(x-۳)^۲+۴}{x^۲-۶x+۱۱}-۲<۰ \Rightarrow \frac{x(x-۳)^۲+۴-۲x^۲+۱۲x-۲۲}{x^۲-۶x+۱۱}<۰$$

$$\Rightarrow \frac{x(x-۳)^۲-(۲x^۲-۱۲x+۱۸)}{x^۲-۶x+۱۱}<۰ \Rightarrow \frac{x(x-۳)^۲-۲(x^۲-۶x+۹)}{x^۲-۶x+۱۱}<۰$$

$$\Rightarrow \frac{x(x-۳)^۲-۲(x-۳)^۲}{x^۲-۶x+۱۱}<۰ \Rightarrow \frac{(x-۲)(x-۳)^۲}{x^۲-۶x+۱۱}<۰$$

باتوجه‌به اینکه $(x-۳)^۲\geq ۰$ و $x^۲-۶x+۱۱>۰$ ($\Delta>۰$ و $a>۰$) هستند، داریم:

$$(x-۲)<۰ \Rightarrow x<۲$$

۴۸ گزینه ۲

$$\underbrace{(-x^۲+۲x-۲)}_{\text{همواره منفی}}(x^۲-۳x+۲)\geq ۰$$

در عبارت $(-x^۲+۲x-۲)$، Δ منفی و a منفی است، پس عبارت همواره منفی است؛ لذا:

$$x^۲-۳x+۲\leq ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۲)\leq ۰ \Rightarrow x\in[۱,۲]$$

x		۱		۲	
$x^۲-۳x+۲$	+	۰	−	۰	+

۴۹ گزینه ۴

$$-x^{۲}+۵x-۴=۰ \Rightarrow x^{۲}-۵x+۴=۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۴)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=۴ \end{cases}$$

$$(x-۱)^{۲}=۰ \Rightarrow x=۱ \ , \ (x+۳)^{۳}=۰ \Rightarrow x=-۳$$

جدول تعیین علامت کسر $P(x)=\dfrac{-x^{۲}+۵x-۴}{(x-۱)^{۲}(x+۳)^{۳}}$ به‌صورت زیر است:

x		-۳		۱		۴	
$-x^{۲}+۵x-۴$	$-$		$-$	۰	$+$	۰	$-$
$(x-۱)^{۲}$	$+$		$+$	۰	$+$		$+$
$(x+۳)^{۳}$	$-$	۰	$+$		$+$		$+$
$P(x)$	$+$	ت ن	$-$	ت ن	$+$	۰	$-$

جواب نامعادله : $(-\infty,-۳)\bigcup(۱,۴]$

۵۰ گزینه ۲

باتوجه‌به مجموعه جواب‌های نامعادله نتیجه می‌گیریم ریشه‌های معادلهٔ $ax^{۲}+bx+c=۰$، ۲- و ۳ است، پس داریم:

$$a(x+۲)(x-۳)=ax^{۲}-ax-۶a=ax^{۲}+bx+c \Rightarrow b+c=-a-۶a=-۷a$$

باتوجه‌به آنکه مجموعه جواب نامعادلهٔ $ax^{۲}+bx+c<۰$ به‌صورت یک بازه نوشته شده است، بنابراین $a>۰$ است؛ درنتیجه $-۷a$ عددی منفی است. باتوجه‌به اینکه a عددی صحیح است، $-۷a$ باید عددی منفی و مضرب ۷- باشد. از بین گزینه‌های داده‌شده، تنها ۱۴- می‌تواند حاصل $-۷a$ باشد.

۵۱ گزینه ۳

$$(k-۱)x^۲ - x + k > x - ۱ \Rightarrow (k-۱)x^۲ - ۲x + k + ۱ > ۰ \Rightarrow \begin{cases} a > ۰ \\ \Delta < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - ۱ > ۰ \Rightarrow k > ۱ \\ \Delta < ۰ \Rightarrow (-۲)^۲ - ۴(k-۱)(k+۱) < ۰ \Rightarrow ۴ - ۴(k^۲ - ۱) < ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴ - ۴k^۲ + ۴ < ۰ \Rightarrow ۸ - ۴k^۲ = ۰ \Rightarrow ۸ = ۴k^۲ \Rightarrow k^۲ = ۲ \Rightarrow k = \pm\sqrt{۲}$$

		$-\sqrt{۲}$		$\sqrt{۲}$	
$۸ - ۴k^۲$	$-$	۰	$+$	۰	$-$

$$\Rightarrow k > \sqrt{۲} \text{ یا } k < -\sqrt{۲}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} k > \sqrt{۲} \text{ یا } k < -\sqrt{۲} \\ k > ۱ \end{cases} \xrightarrow{\cap} k > \sqrt{۲}$$

۵۲ گزینه ۱

$$\frac{x^۲ - ۳x - ۳}{x - ۲} - x < ۰ \Rightarrow \frac{x^۲ - ۳x - ۳ - x^۲ + ۲x}{x - ۲} < ۰$$

$$\Rightarrow \frac{-x - ۳}{x - ۲} < ۰ \Rightarrow \frac{x + ۳}{x - ۲} > ۰$$

x		-۳		۲	
$x + ۳$	$-$	۰	$+$		$+$
$x - ۲$	$-$		$-$	۰	$+$
$\frac{x+۳}{x-۲}$	$+$	۰	$-$	ت.ن	$+$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -۳) \bigcup (۲, +\infty)$$